

INTERROGATION du 28 novembre 2024

Durée : 45 minutes. Tout appareil électronique et tout document est interdit.

1. L'application $\mathbf{Z} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ qui à (n, x) associe nx définit-elle une action du groupe $(\mathbf{Z}, +)$ sur \mathbf{R} ?
2. Y a-t-il un groupe d'ordre 6 qui opère fidèlement sur un ensemble à 3 éléments ?
3. Y a-t-il un groupe d'ordre 3 qui opère transitivement sur un ensemble à 6 éléments ?
4. Soit G un groupe possédant 3 éléments opérant sur un ensemble X à 4 éléments. Montrer que X admet un point fixe sous G .
5. Indiquer un groupe possédant 12 éléments et pas d'élément d'ordre 12.
6. Indiquer un groupe d'ordre 12 possédant sous-groupe non normal.
7. Indiquer deux groupes non-abéliens d'ordre 60 qui ne sont pas isomorphes.
8. Quel est l'ordre d'un 2-sous-groupe de Sylow du groupe alterné \mathcal{A}_5 ?
9. Indiquer un élément d'ordre 15 dans le groupe symétrique \mathcal{S}_{10} .
10. Le groupe symétrique \mathcal{S}_4 opère-t-il transitivement par conjugaison sur l'ensemble des 3-cycles de \mathcal{S}_4 ?