

INTERROGATION du 12 décembre 2022

Durée : 45 minutes. Tout appareil électronique et tout document est interdit.

1. Existe-t-il un morphisme de groupe surjectif $(\mathbf{Z}/2022\mathbf{Z}) \rightarrow (\mathbf{Z}/2\mathbf{Z})$?
2. Indiquer un sous-groupe non-normal de \mathcal{A}_5 .
3. Quel est l'ordre d'un 5-sous-groupe de Sylow de \mathcal{A}_5 ?
4. Combien \mathcal{A}_5 a-t-il de 5-sous-groupes de Sylow ?
5. Le sous-groupe $\{-I_2, I_2\}$ de $O_2(\mathbf{R})$ est-il normal ?
6. Combien le triangle équilatéral dans le plan a-t-il d'isométries ?
7. Le groupe des isométries de \mathbf{Z} vu comme un sous-ensemble de \mathbf{R} est-il fini ?
8. Quel est l'ordre du groupe $GL_2(\mathbf{Z}/13\mathbf{Z})$?
9. Y a-t-il un élément d'ordre 7 dans $GL_2(\mathbf{Z}/13\mathbf{Z})$?
10. Soit p un nombre premier. Soit G un groupe. Soit H un sous-groupe normal de G . Supposons que H et G/H sont des p -groupes. Montrer que G est un p -groupe.