

**INTERROGATION du 1er décembre 2016**

*Durée : 30 minutes. Tout appareil électronique et tout document est interdit. Répondre ci-dessous et au verso en justifiant brièvement.*

---

1. L'anneau  $\mathbf{Z}/8\mathbf{Z}$  est-il intègre ?
  2. Quels sont les sous-anneaux de  $\mathbf{Z}$  ?
  3. Soit  $A$  un anneau. Soit  $a \in A$  tel que  $a^2 = 2a$ . Montrer que  $a - 1$  est inversible.
  4. L'application  $x \mapsto x^2$  est-elle un morphisme d'anneaux  $\mathbf{Z}/2\mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$  ?
  5. Trouver un entier  $n$  tel que  $\{x \in \mathbf{Z}/n\mathbf{Z} \mid x^2 = 1\}$  ait quatre éléments.
  6. L'ensemble des applications continues  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  muni de  $+$  et de la composition des applications est-il un anneau ?
  7. Indiquer un idéal premier de  $\mathbf{Z}/8\mathbf{Z}$ .
-