

**Licence de Mathématiques : Fonctions analytiques**

**TEST N° 1**

NOM :

Prénom :

- 1) Donner le développement en série entière en 0 de la fonction  $z \mapsto \frac{1}{1+z^2}$  ?
- 2) La fonction  $z \mapsto 1/(1 - z^2)$  est-elle holomorphe sur  $\{z \in \mathbf{C}/\operatorname{Re}(z) < 0\}$  ?
- 3) La fonction  $z \mapsto z + \bar{z}$  est-elle développable en série entière en tout point de  $\mathbf{C}$  ?
- 4) La fonction  $z \mapsto e^z$  admet-elle une réciproque sur la boule ouverte de centre  $1/2$  et de rayon  $1$  ?
- 5) La fonction  $z \mapsto 1/(|e^z| + |z| + 1)$  est-elle entière ?
- 6) Donner un exemple d'ensemble ouvert, non connexe et non borné de  $\mathbf{C}$ .
- 7) Calculer  $\int_{\mathcal{C}(0,2)} \frac{dz}{z-1}$ , où  $\mathcal{C}(0,2)$  est le cercle de centre 0 et de rayon 2.

Répondre ci-dessous et au verso en justifiant aussi brièvement que possible.