

Licence de Mathématiques : Fonctions analytiques

TEST N° 3

NOM :

Prénom :

- 1) La fonction $z \mapsto 1/(e^z - 1)$ est-elle méromorphe sur \mathbf{C} ?
- 2) Quel est son résidu en 0 ?
- 3) La fonction $z \mapsto 1 + 1/z^2$ admet-elle une primitive sur \mathbf{C} privé de 0 ?
- 4) La suite $(f_n)_{n \geq 0}$ de fonctions entières donnée par $f_n(z) = z^2 - z/n$ converge-t-elle uniformément sur tout compact ?
- 5) Donner un exemple de lacet non rétractile de $\mathbf{C} - \bar{B}(0, 1)$.
- 6) Quel est l'indice du chemin $c : t \mapsto e^{-10i\pi t}$ par rapport au point $1/2$?
- 7) Calculer $\int_{\mathcal{C}(0,4)} \left(\frac{1}{z-3} + \frac{1}{z-5} \right) dz$, où $\mathcal{C}(0, 4)$ désigne le cercle de centre 0 et de rayon 4.

Répondre ci-dessous et au verso en justifiant aussi brièvement que possible.