

Licence de Mathématiques : Fonctions analytiques

TEST N° 3

NOM :

Prénom :

- 1) La fonction tangente est-elle méromorphe sur \mathbf{C} ?
- 2) Indiquer l'ensemble de ses pôles.
- 3) L'ensemble $\mathbf{Z}\pi$ possède-t-il des points d'accumulation dans \mathbf{C} ?
- 4) Donner le résidu en 0 de la fonction cotangente.
- 5) La fonction $z \mapsto \sin(z) - z$ est-elle injective au voisinage de 0 ?
- 6) L'image par cette fonction de la boule ouverte de centre 0 et de rayon 1 est-elle ouverte ?
- 7) Calculer $\int_{\mathcal{C}(0,2)} \left(\frac{1}{z-1} + \frac{1}{z-3} \right) dz$, où $\mathcal{C}(0, 2)$ désigne le cercle de centre 0 et de rayon 2.

Répondre ci-dessous et au verso en justifiant aussi brièvement que possible.