

Licence de Mathématiques : Fonctions analytiques

TEST N° 2

NOM :

Prénom :

- 1) La fonction $z \mapsto e^z/(e^z - 1)$ est-elle méromorphe sur \mathbf{C} ?
- 2) Donner les deux premiers termes de son développement de Laurent en $z = 0$.
- 3) Donner son résidu en $z = 0$.
- 4) Existe-t-il une fonction entière non nulle f qui vérifie $f(1/n) = 0$ (n entier > 0) ?
- 5) Existe-t-il une fonction entière non nulle f vérifiant $f(n) = 0$ (n entier > 0) ?
- 6) La fonction entière $z \mapsto z^3 - 3z$ est-elle injective au voisinage de 1 ?
- 7) La fonction $z \mapsto 1/z^3$ admet-elle une primitive sur \mathbf{C} privé de 0 ?

Répondre ci-dessous et au verso en justifiant aussi brièvement que possible.