Propositions de sujets d'exposés

Format proposé : un exposé d'une heure préparé par un groupe de 3-4 étudiants.

1. **Un homéomorphisme minimal d'entropie positive sur l'ensemble de Cantor.** Un homéomorphisme est minimal si chaque orbite est dense. Les exemples naturels, comme les rotation irrationnelles du cercle, sont d'entropie nulle ; inversement, dans de nombreux contextes, l'entropie positive entraine la présence d'une infinité d'orbites périodiques (c'est le cas par exemple pour les systèmes hyperboliques, ou pour les sous-décalage de type fini). On peut cependant construire des homéomorphismes minimaux d'entropie positive, et même des homéomorphismes uniquement ergodique dont l'entropie topologique est infinie. L'objet de l'exposé serait d'expliquer en détail, de la façon la plus didactique possible, la construction d'un tel exemple dans le cadre le plus simple, c'est-à-dire sur l'ensemble de Cantor. Références :

   – Bruin, Dimensions of recurrence time and minimal subshifts (voir la section 3).

   – Gillenberger, Construction of strictly ergodic Systems I : given entropy.

   – Gambaudo-Martens, Algebraic Topology for Minimal Cantor Sets.

   –Glasner Weiss, On the interplay between measurable and topological dynamics (pour le contexte).

2. **Ensembles hyperboliques dans** $\mathbb{R}^n$: shadowing lemma ; existence d'une infinité d'orbites périodiques dans un voisinage d'une orbite homocline ; éventuellement stabilité structurelle des ensembles hyperboliques.

   La théorie hyperbolique que nous avons développée pour les automorphismes linéaires du tore s'étend au cas des *ensembles compacts hyperboliques* sur toute variété. Il s'girait d'expliquer, dans le cas d'une dynamique sur $\mathbb{R}^N$ (pour simplifier), la définition d'un ensemble hyperbolique, le shadowing lemma et sa preuve, et comment on en déduit l'existence d'une multitude d'orbites périodiques dans tout voisinage d'une orbite homocline.

   Références : par exemple E. Zehnder, Lectures on dynamical systems, chapitre II, sections 1,2,3 (et 7).

3. **Le nombre de rotation comme quasi-morphisme**

   Le nombre de rotation est un "quasi-morphisme" sur le groupe $\mathrm{Homeo}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{R})$, le seul quasi-morphisme non trivial. L'existence de ce quasi-morphisme a des conséquences algébriques importantes, comme le fait que dans ce groupe parfait, la longueur des commutateurs est non bornées. On définira toutes ces notions et on montrera ces propriétés.

   Références :

   – Enoncé de la feuille d'exercice,

   – Etienne Ghys, Groups acting on the circle, l'Enseignement mathématique.

   – D Kotschick, What is a quasi-morphism ? Notices of the AMS.

   – C. BAVARD, Longueur stable des commutateurs, Enseign. Math. 37 (1991), 109–150.

4. **Ensemble de rotation dans le tore $\mathbb{T}^2$** La théorie des ensembles de rotation sur les surfaces, et de ses liens avec l'existence d'orbites périodiques et l'entropie, est très riche. Il s'agirait d'expliquer la preuve du théorème de Misiurewicz-Zieman (l'ensemble de rotation est convexe), et, par exemple, faire le bilan de la conjecture de Franks-Misiurewicz.

   Références :

   – François Béguin, Ensembles de rotations des homéomorphismes du tore $\mathbb{T}^2$, notes de cours pour une écoled'été à Grenoble, 2006.

   – Misiurewicz, Michal and Ziemian, Krystyna. Rotation sets for maps of tori. J. Lon- don. Math Soc. (2) 40 (1989), no.3, 490–506.

   – Franks, John ; Misiurewicz, Michal. Rotation sets of toral flows. Proc. Amer. Math. Soc. 109 (1990), no. 1, 243–249.

   – Patrice Le Calvez et Fabio Tal, Forcing transverse theory for transverse trajectories of surface homeomorphisms.