

## Activités scientifiques de Danielle Gondard-Cozette

### 1- Activités de recherches mathématiques et de collaborations internationales

Mes travaux de recherche concernent la Géométrie Algébrique Réelle (17ème problème de Hilbert, Nullstellensatz...) et la Théorie des Corps Ordonnables (ordres de niveau supérieur, valuations, corps de Rolle, lemme de Hensel...) avec parfois des applications en Théorie des Nombres (sommées de puissances  $2n$ -ièmes, formes quadratiques).

Les méthodes que j'utilise pour les résoudre font usage de l'interactivité entre l'Algèbre et la Théorie des Modèles. Du côté de la Logique je m'intéresse aux axiomatisations de théories de corps valués et aux propriétés de ces théories, ainsi qu'aux espaces d'ordres abstraits. Du côté de l'algèbre j'utilise beaucoup la théorie des ordres de niveau supérieur - créée par Eberhard Becker - et ses relations avec la théorie des valuations.

Un preprint « *On some elementary fields theories* » a suscité plusieurs invitations à donner des conférences. Il fait suite à la publication de « *Valuation fans and residually real-closed henselian fields* », écrite avec E. Becker et R. Berr (Université de Dortmund, Allemagne), et publié dans *J. of Algebra* 215 (1999).

Il présente des axiomatisations du premier ordre et des propriétés algébriques pour ces corps dont l'exemple de base consiste en les corps de séries formelles généralisées  $R((G))$ , où  $R$  est un corps réel-clos et  $G$  un groupe abélien ordonné. Ces corps apparaissent naturellement comme des clôtures par extension algébrique pour des chaînes d'éventails valués. Les corps réels-clos généralisés en sont une sous-théorie utilisée dans les résultats de géométrie algébrique réelle précédemment obtenus dans un article écrit avec E. Becker, R. Berr et F. Delon « *Hilbert's 17-th problem for sums of  $2n$ -th powers* » qui a été publié dans *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 450 139-157 (1994).

Mes recherches actuelles portent sur les différents aspects, algébrique, topologique, géométrique et abstrait, de la notion centrale de *R-place*. Cet objet est aussi lié aux valuations, aux diverses notions d'ordres, et aux diverses notions de spectres réels. Son étude devrait permettre d'avancer sur la question ouverte depuis les années 70 de la réalisation des espaces d'ordres abstraits comme espace des ordres d'un corps.

Je travaille donc sur les espaces d'ordres abstraits avec M. Marshall (Université de Saaskatoon (Canada)) qui fut souvent invité à l'Institut de Mathématiques de Jussieu afin d'obtenir une axiomatisation plus satisfaisante et une classification des espaces d'ordres des corps. Nous comptons également obtenir une théorie abstraite des espaces de places réelles et des espaces d'éventails valués. Cette collaboration en cours avec le Canada fait suite à des contrats bilatéraux obtenus dans le passé. Un preprint en collaboration avec M. Marshall « *Holomorphy rings and complete real spectra* » sur liens entre les valuations et le spectre réel de l'anneau d'holomorphie réel a été récemment accepté. Il y est également étudié de nouvelles notions de spectres réels et les anneaux d'holomorphie des anneaux. Cet article prolonge le preprint « *R-places, résultats et problèmes ouverts* ». (in Structures Algébriques Ordonnées Vol 75). Un premier article en collaboration sur les R-places avait été publié

dans *Contemporary Mathematics*, vol. 253, A.M.S. (2000), « *Towards an abstract description of the space of real places* ».

Cette notion de  $R$ -place intervient aussi en Géométrie Algébrique Réelle et m'a permis il y a quelque temps de trouver une formule explicite et frappante pour le nombre de composantes connexes d'une variété algébrique réelle lisse. Une étude approfondie de la théorie des corps chaînables écrite avec E. Becker, « *Notes on the space of real places of a formally real field* » (in R.A.A.G. publié par W. de Gruyter, 21-46, 1995), sur les liens entre les chaînes 2-primaires d'ordres de niveau supérieur et l'espace des  $R$ -places nous a permis d'obtenir, entre autres résultats, une nouvelle approche des composantes connexes de cet espace dont on sait que, dans le cas d'un corps de fonctions, elles sont liées aux composantes connexes d'une variété projective lisse modèle du corps. Nous avons ainsi trouvé un critère de séparation des composantes connexes et une expression du nombre des composantes connexes pour une variété projective lisse réelle. Un preprint entièrement dédié à ce résultat est prêt à être soumis.

En octobre 2009 j'ai été invitée à l'Université de Constance en Allemagne à l'occasion du congrès « *Positivity, Valuations and Quadratic Forms* », organisé en l'honneur du professeur émérite Alexander Prestel. Cet événement rassemblait les spécialistes des divers thèmes auxquels je me suis toujours intéressée, y compris quoique non inclus dans le titre, la Théorie des Modèles dont Alexander Prestel est un des spécialistes en ce qui concerne les corps valués et la géométrie réelle. C'était extrêmement intéressant pour moi qui suis fort proche au plan scientifique d'Alexander Prestel. Comme souvent dans ces réunions en l'honneur d'un professeur émérite beaucoup de jeunes mathématiciens ont été invités. Ce colloque m'a également permis de relancer une coopération scientifique déjà évoquée avec Eberhard Becker de l'Université de Dortmund (Allemagne) avec lequel j'ai déjà cosigné 4 articles. Cette collaboration fut interrompue durant le temps où il fut doyen de son université avant d'être nommé émérite. Le sujet qui nous intéresse est encore lié aux différents aspects, algébrique, topologique, géométrique et abstrait, de la notion centrale de  $R$ -place.

En février 2009 j'ai donné une conférence invitée, « *On the number of connected components of smooth real varieties* », au colloque « *Real Analytic and Nash Functions and Related Topics* » organisé à l'Université de Pise (Italie) par Francesca Acquistapace et Fabrizio Broglia in memoriam Alberto Tognoli.

En Aout 2009 j'ai participé à un intéressant colloque européen ESF-EMS-ERCOM sur le sujet *Model Theory*, organisée au Banach Center, à Bedlewo, en Pologne. J'ai profité de l'aspect européen pour enquêter sur l'évolution de la situation des femmes en sciences en général et en mathématiques en particulier dans certaines universités européennes, ceci dans l'optique de ma responsabilité dans le diplôme de formation continue à Paris 6 évoqué au point 3 ci-dessous.

Par ailleurs des rédactions destinées à des livres collectifs restent à poursuivre.

Mon curriculum vitae, une bibliographie complète et les missions effectuées à l'étranger se trouvent à l'adresse :

<http://people.math.jussieu.fr/~gondard/donnees/cvanglaisMATH.pdf>

## **2- Co-organisation du séminaire « Structures Algébriques Ordonnées ».**

Depuis sa création en 1984 je suis co-organisatrice du séminaire « *Structures Algébriques Ordonnées* », souvent appelé DDG, qui est dirigé par trois organisateurs, dont deux sont à l'Institut Mathématique de Jussieu (Max Dickmann (CNRS) et Danielle Gondard (Paris 6)) et une dans l'équipe de Logique. (Françoise Delon(CNRS)). Nous effectuons également depuis 1984 une édition des actes de ce séminaire et assurons leur diffusion internationale (200ex).

Cette activité est à la fois orientée vers les résultats des nombreuses coopérations internationales que nous avons tissées au fil des années, et vers les recherches et la formation des jeunes doctorants et post-doctorants qui y exposent leurs travaux ou y bénéficient parfois de mini-cours avancés.

Son thème est transverse à plusieurs spécialités ce qui fait son originalité et augmente son intérêt : Algèbre et Géométrie Algébrique Réelles, Arithmétique des Corps et Théorie des Modèles.

La page web du séminaire est consultable à l'adresse suivante :

<http://www.logique.jussieu.fr/semsao/index.html>

## **3- Gestion et participation dans un diplôme inter-universitaire de formation continue.**

Je suis responsable Scientifique pour Paris 6 du diplôme de formation continue « *Egalité des chances entre les femmes et les hommes* », diplôme interuniversitaire (Paris III- Paris 6) à la création duquel j'ai largement participé en octobre 2004.

En 2009 nous avons assez profondément modifié ce diplôme devenu "*Conseiller, conseillère référente égalité femmes/hommes*" en le professionnalisant et en le modularisant un peu plus. Le cursus se déroule désormais par année civile afin d'être mieux en phase avec les financements des stagiaires par les entreprises, et avec les diverses subventions obtenues pour notre fonctionnement. 2009 fut la première promotion de cette nouvelle mouture qui nous semble mieux adaptée aux demandes de nos publics.

J'interviens dans la formation et je participe au recrutement des stagiaires (dossiers de candidature, entretiens). Je suis de plus en charge de l'organisation d'un des modules, celui qui concerne l'éducation, la formation et l'orientation professionnelle, et je participe aux directions de mémoires, à leur soutenance et aux jurys de diplôme. J'ajouterai que sur la question « Femmes et Sciences » je profite des pauses dans les colloques mathématiques auxquels je participe, pour collecter des informations utiles sur la situation des femmes en Sciences en général, et en Mathématiques en particulier, dans d'autres Universités afin de nourrir la réflexion sur ce sujet.

La fiche du diplôme se trouve à l'adresse : [http://www.travail-solidarite.gouv.fr/IMG/pdf/Conseiller-e\\_referent\\_egalite.pdf](http://www.travail-solidarite.gouv.fr/IMG/pdf/Conseiller-e_referent_egalite.pdf)

La plaquette A5 de présentation sur mon site à l'adresse :

<http://people.math.jussieu.fr/~gondard/femmes/DIU/%C9galit%E9%20Femmes%20Hommes%20DIU%202009.pdf>

La maquette complète se trouve également sur mon site à l'adresse :

<http://people.math.jussieu.fr/~gondard/femmes/DIU/MAQUETTE%20EXTERNE.pdf>