

Séance de TD n°6

16 octobre 2012

Calculs d'homologie cellulaire. Coefficients universels.

1 Tore

1. Retrouver $H_*(S^1 \times S^1, \mathbb{Z})$ par un calcul d'homologie cellulaire.
2. Calculer $H^*(S^1 \times S^1, G)$ pour tout groupe abélien G .

2 Un calcul d' Ext

Montrer que $Ext(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}, \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}) \simeq \mathbb{Z}/d\mathbb{Z}$ où $d = \text{pgcd}(p, n)$.

3 Bouteille de Klein

Calculer l'homologie cellulaire de la bouteille de Klein, puis sa cohomologie à coefficients dans \mathbb{Z} et $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.

4 Espaces lenticulaires

On connaît déjà l'homologie de l'espace lenticulaire $L(p, q)$ à coefficients dans \mathbb{Z} . Calculer $H^*(L(p, q), \mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$.

5 Espaces projectifs réels

1. Calculer l'homologie cellulaire de $\mathbb{R}P^n$ (cf séance précédente pour les calculs des degrés des applications caractéristiques).
2. Calculer $H^*(\mathbb{R}P^n, \mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ et $H^*(\mathbb{R}P^n, \mathbb{Z})$