

## Séance de TD n°6

16 octobre 2012

### Calculs d'homologie cellulaire. Coefficients universels.

#### 1 Tore

1. Retrouver  $H_*(S^1 \times S^1, \mathbb{Z})$  par un calcul d'homologie cellulaire.
2. Calculer  $H^*(S^1 \times S^1, G)$  pour tout groupe abélien  $G$ .

#### 2 Un calcul d' $Ext$

Montrer que  $Ext(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}, \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}) \simeq \mathbb{Z}/d\mathbb{Z}$  où  $d = \text{pgcd}(p, n)$ .

#### 3 Bouteille de Klein

Calculer l'homologie cellulaire de la bouteille de Klein, puis sa cohomologie à coefficients dans  $\mathbb{Z}$  et  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ .

#### 4 Espaces lenticulaires

On connaît déjà l'homologie de l'espace lenticulaire  $L(p, q)$  à coefficients dans  $\mathbb{Z}$ . Calculer  $H^*(L(p, q), \mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ .

#### 5 Espaces projectifs réels

1. Calculer l'homologie cellulaire de  $\mathbb{R}P^n$  (cf séance précédente pour les calculs des degrés des applications caractéristiques).
2. Calculer  $H^*(\mathbb{R}P^n, \mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$  et  $H^*(\mathbb{R}P^n, \mathbb{Z})$