Séance de TD n°3

25 septembre 2012

Calculs d'homologie singulière.

1 Homologie de S^3 avec Mayer-Vietoris

Rappelons que la sphère S^3 peut être obtenu comme recollement de deux tores pleins. On a :

$$S^3 \simeq \frac{D^2 \times S^1 \amalg D^2 \times S^1}{(x,y) \in \partial(D^2 \times S^1) \sim (y,x) \in \partial(D^2 \times S^1)}$$

ou encore :

$$S^3 \simeq S^1 \times D^2 \cup_{Id_{S^1 \times S^1}} D^2 \times S^1$$

Utiliser cette décomposition et le théorème de Mayer-Vietoris pour retrouver l'homologie de S^3.

2 Homologie des espaces lenticulaires avec Mayer-Vietoris

Généraliser la méthode ci-dessus à tous les espaces lenticulaires.

On rappelle que pour toute matrice $M = \begin{pmatrix} q & s \\ p & r \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{Z})$, l'application

$$\begin{array}{rccc} h_M : & S^1 \times S^1 & \longrightarrow & S^1 \times S^1 \\ & (u,v) & \longmapsto & (u^q v^s, u^p v^r) \end{array}$$

est un homéomorphisme du tore $S^1 \times S^1 \subset \mathbb{C} \times \mathbb{C}$ et on définit :

$$L(p,q) = D^2 \times S^1 \cup_{h_M} D^2 \times S^1$$

(on a montré à la première séance que la variété obtenue ne dépend effectivement que du couple d'entiers (p,q)).